

体现数学文化 突出实践能力

——2015年高考数学试题评析

■ 晨旭

摘要: 2015年高考数学试题稳中有新,体现了立德树人的要求。试卷很好地体现了课改理念,时代特征和数学文化,突出了对中国优秀传统文化的考查,在应用创新,能力考查方面进行了积极有效的探索,突出对实践能力的考查,对中学数学教学有着较好的引导作用。

关键词: 高考数学;能力考查

【中图分类号】G405

【文献标识码】A

【文章编号】1005-8427(2015)11-0011-5

2015年高考数学试卷遵循考试大纲的各项规定^[1],重视数学基础,坚持能力立意,运用新材料,设置新情境,考查学生的逻辑推理能力和数学素养。今年数学试卷落实立德树人的根本任务,突出对中国优秀传统文化和创新应用能力的考查,体现时代特征和数学文化。

试卷全面考查数学基础知识,突出中学数学主干内容,深入考查认知能力,有利于科学选拔人才,有利于学生全面发展,有利于促进社会公平。试卷创新试题设计,体现了科学性、规范性、基础性、公平性、选择性、选拔性的特点,对提高考生对数学应用价值和文化价值的认识,促进考生独立思考、创新精神和实践能力的养成发挥了积极的导向作用。

1 体现数学文化

数学文化是人类文化的重要组成部分,其重要特点是理性思维。加强数学文化教育最重要的价值在于提升学生的数学素养,本质上体现了文化整体育人的基本要求,也是素质教育的基本要求。中

国数学文化历史悠久,在长期的发展过程中,形成了不同西方数学的特点:注重归纳、强调实用、讲究算法。我国古代数学家的研究品质、研究特点和研究成果对学生的影响不容忽视。在数学科试题中渗透中国古代数学文化,强调中国古代数学文化的传统特色,在考查过程中使考生感受和学习前人严谨的治学态度,让考生潜移默化地接受我国古代数学文化的熏陶,从而传承中华优秀传统文化,弘扬爱国主义精神。

2015年高考数学试卷选取了体现中国古代优秀数学文化并与中学数学内容结合紧密的素材,编拟数学试题,要求考生运用所学的基础知识,基本思想解决问题。

例1:(全国一卷第6题)《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著,书中有如下问题:“今有委米依垣内角,下周八尺,高五尺。问:积及为米几何?”其意思为:“在屋内墙角处堆放米(如图1所示,米堆为一个圆锥的四分之一),米堆底部的弧长为8尺,米堆的高为5尺,问米堆的体积和堆放的米

各为多少?”已知1斛米的体积约为1.62立方尺,圆周率约为3,估算出堆放的米约有

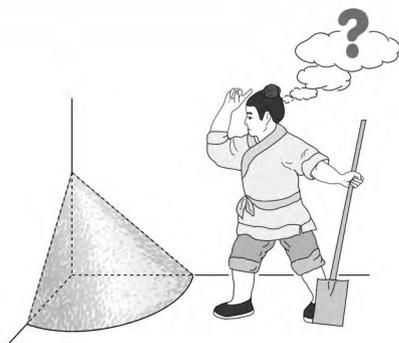


图1

- (A)14斛 (B)22斛 (C)36斛 (D)66斛

《九章算术》是中国古代数学的代表性著作。从《九章算术》各章内容看,都是与生产、生活息息相关的知识和内容。例2中的问题即来源于第五章“商功”,试题源于生活生产中谷物储存的问题,结合立体几何中的基础知识进行设问,试题的设计让考生感受到我国古代数学的优秀传统——数学要关注生产、生活等社会问题。优秀文化的传承对考生创新能力的培养将起到积极的作用,试题的设计引导考生通过了解数学文化,体会数学知识方法在认识现实世界中的重要作用,这些都体现了文化内涵整体育人的功能。

例2:(全国二卷第8题)程序框图(如图2所示)的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”。执行该程序框图,若输入的 a, b 分别为14,18,则输出的 $a =$

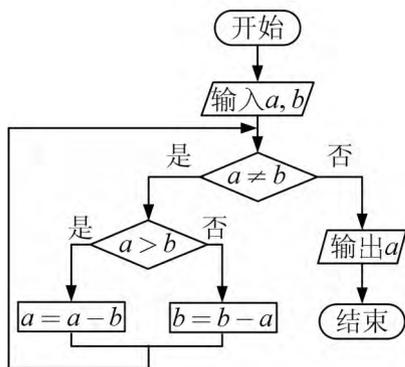


图2

- (A)0 (B)2 (C)4 (D)14

例1中的“更相减损术”是为了解决“求两个正整数的最大公约数”问题,国外的欧几里得算法可以解决这个问题,但是我国古代数学家发现的“更相减损术”比欧几里得算法更简单,操作方便,更符合算法的要求。通过设计这样的试题背景,不仅让考生通过学习理解数学文化,形成理性思维,同时也让考生感受我国古代数学研究的成就,增强爱国情怀。

2 突出实践能力

数学学科兼具应用性和实践性的特点。2015年数学试题充分体现了这一特点,对应用性考查进行了新的探索。考查实践能力的试题涉及二氧化硫年排放量、产品的满意度调查、年利润预测等背景,体现了数学在解决实际问题中的巨大作用和应用价值。于此同时,2015年试题还突出了对实践能力的考查,要求考生动手实验,积极探索,运用所学数学知识技能和方法解决问题。

例3:(全国二卷第3题)根据图3给出的2004年至2013年我国二氧化硫年排放量(单位:万吨)柱形图,以下结论中不正确的是

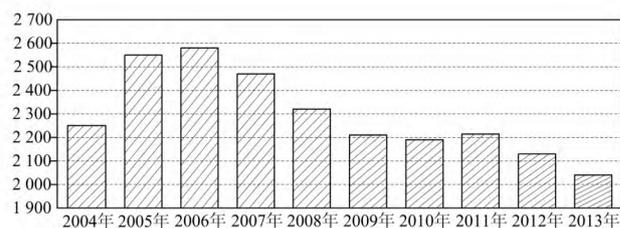


图3

- (A)逐年比较,2008年减少二氧化硫排放量的效果最显著
 (B)2007年我国治理二氧化硫排放显现成效
 (C)2006年以来我国二氧化硫年排放量呈减少趋势
 (D)2006年以来我国二氧化硫年排放量与年份正相关

环境保护是近年来社会关注的热点问题,随着我国环境保护法的颁布,人们对大气环境也越发关注。试题选取了2004年至2013年我国二氧化硫排放量作为试题情景,考查统计的基本知识和基本方法,引导考生关注日常生活中的数学问题,增强考生数学的应用意识。

例4:(全国二卷第19题)如图4所示,长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=16,BC=10,AA_1=8$,点 E,F 分别在 A_1B_1,D_1C_1 上, $A_1E=D_1F=4$ 。过点 E,F 的平面 α 与此长方体的面相交,交线围成一个正方形。

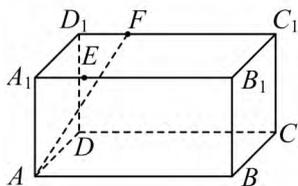


图4

(I)在图中画出这个正方形(不必说明画法和理由);

(II)求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值。

试题要求考生画出“交线围成的正方形,不必说明画法和理由”,很有新意。试题鼓励考生动手实验,修正实验,在数学理性的指导下获得正确的实验。数学家欧拉说过:“数学这门学科,需要观察,还需要实验。”^[2]当考生在实验中假设正方形另一个顶点 H 在 AA_1 上时,会发现 $EH \leq AE = \sqrt{8^2 + 4^2} < \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 = EF$,由此修正实验, H 应在上 AB ,且 $AH = 10$ 。或者当考生在实验时假设正方形的另一个顶点在 BB_1 上时,会发现 $EH \geq EB_1 \geq 12 > 10$,由此修正 H 应在 AB 上。在探索中强调求真的品质也是数学文化的重要内容。杜威说:“如果学生不能筹划自己解决问题的方法,自己寻找出路,他就学不到什么,即使他能背出一些正确的答案,百分之百正确,他还是学不到什么”。^[3]当前真正让学生主动动手实验,主动思考问题的课堂教学还不多,离课改的要求还有距离。因此,试题的设计对当前数学教学的改革也起到了积极的导向作用。

3 注重逻辑推理

数学是培养理性思维的重要学科,数学的概念、思想和方法空前广泛地渗透到数学之外的其他学科领域并影响着我们的生活。2015年数学高考坚持把考查逻辑推理能力作为命题的首要任务,突出体现思维系统逻辑性、方法严密实证性、问题解决实效性的特点。在考查中注意以促进考生学习掌握数学方法为手段、以考查考生的数学素养为目的,实现数学知识、思想和方法的迁移。

例5:(全国一卷第8题)函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图5所示,则 $f(x)$ 的单调递减区间为

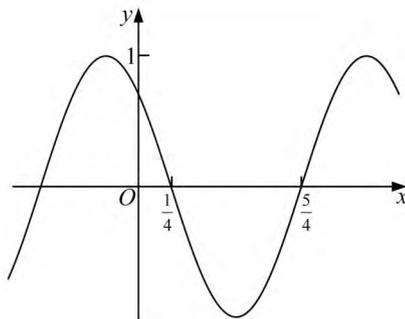


图5

- (A) $(k\pi - \frac{1}{4}, k\pi + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$
- (B) $(2k\pi - \frac{1}{4}, 2k\pi + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$
- (C) $(k\pi - \frac{1}{4}, k + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$
- (D) $(2k - \frac{1}{4}, 2k + \frac{3}{4}), k \in \mathbf{Z}$

试题给出了三角函数的部分图像,考查考生对三角函数概念及三角函数性质(周期性、单调性与对称性)的三种表征的理解与转换,考查考生逻辑推理能力。问题解决的途径并不是唯一的,考生通过观察图像可以推出三角函数的最小正周期与最小值点,也可以得到该三角函数的周期性、最值点、对称轴、零点等信息,最终得到一般解析表达式。在逻辑推理过程中,考生的数形结合、整体与部分、函数与方程等数学思想方法得到了不同程度的考查。

良好的思维品质是人的核心素养的重要方面,新课改也在不断强调“要发挥数学在培养逻辑思维和创新能力方面不可替代的作用”。对逻辑推理的考查不仅要求考生能综合运用知识,而且要求考生能融会贯通方法。这本质上也考察了思维的严密性和思维的灵活性。近年来数学命题的一个特点就是数学学科的整体体系和思维价值的高度出发,在知识网络的交汇处设计试题,要求考生能够理解其中的逻辑关系。例如2015年课标一卷文科第(4)题,首先给出了勾股数的概念,考生需要理解此概念,然后根据勾股数的性质从5个数中推理得到可以构成勾股数的3个数,最后计算出概率。

4 倡导创新思维

创新是一个民族的灵魂,创新能力是社会经济文化发展的重要助推力,也是学生在青少年阶段集中体现的特征性能力。创新不只是一种思想意识,更是一种认识水平,不只是一种方法,更是一种能力。2015年数学试题对创新能力的考查着重体现在对创新思维的要求:一方面要求考生能够打破常规思路,独立思考,积极探究;另一方面要求考生能够将多种思维融合,创造性解决问题。

例6:(全国一卷第16题)在平面四边形中 $ABCD$, $\angle A = \angle B = \angle C = 75^\circ$, $BC = 2$,则 AB 的取值范围是_____。

试题给出了四角形的一条边的度量值,以及三个角的大小,是一个局部可解的四边形问题。考生需要运用思维创新,将解三角形的原理推广运用到四边形中,试题的考查重点不在具体运用正弦定理、余弦定理等传统解三角形的工具,而在需要考生在理解与掌握数学基本原理的基础上,分析问题本质,并发挥创新思维,从而解决问题。

例7:(全国一卷第10题)如图6所示,长方形 $ABCD$ 的边 $AB=2$, $BC=1$, O 是 AB 的中点。点 P 沿着边 BC , CD 与 DA 运动,记 $\angle BOP = x$ 。将动点 P 到 A , B

两点距离之和表示为 x 的函数 $f(x)$,则 $y=f(x)$ 的图像大致为

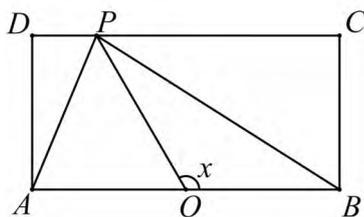
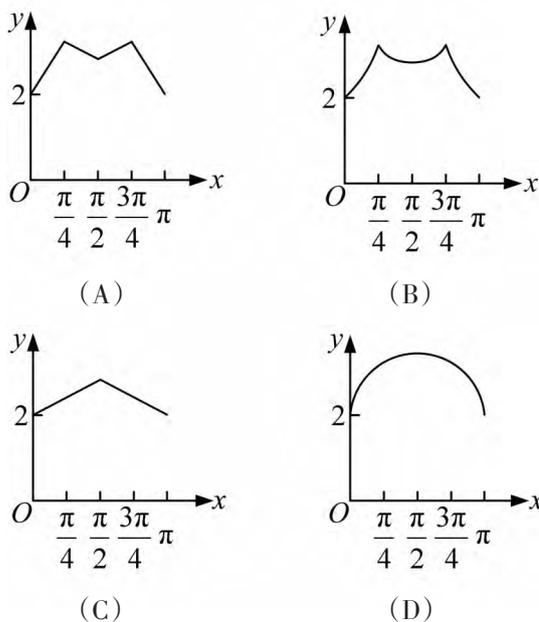


图6



试题的题干似乎与三角函数毫不相关,但考生在计算距离时会发现,其形式化表征就是三角函数,通过分析该三角函数的图像与性质,即可解决问题。本题的问题情境设置为考生熟悉的简单平面几何问题,解决问题的思维方法是丰富的,给不同思维(代数思维与几何思维)的考生提供了不同的发挥空间。

5 合理区分考生

2015年数学试题,依然体现分梯度设置试题难度的特点。试题由易到难,有利于稳定考生心态,促进考生发挥正常水平。同时,体现高考数学是考查数学基础的考试——为高校选拔合格的新生,必

须测试其必备的数学基础;也体现高考数学是注重能力的考试——要测试考生已有的和潜在的学习能力。而空间想象能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及应用意识和创新意识对人的发展(学习和工作)非常重要。例如,选择题中一般涉及集合、复数等基础内容,呈现形式也是考生熟悉的,考查的是数学中的通性通法;解答题则对多种能力提出了要求,要求考生具有较好的数学基础、数学能力、数学视野和理性精神。这样的试卷设计,保持了试卷结构和难度的稳定,有利于试题难度与考生水平的平衡,合理区分考生,为高校录取新生提供了有效的数学成绩依据。

与此同时,2015年数学试卷注意文、理科考生在相同知识的不同要求,梯度设问,合理区分文、理科考生。文、理科数学试卷中有不少试题属于姊妹题,这样的设计体现出了对文、理科考生在相同知识背景下,有不同考查要求的特点。例如课标二卷文科第(20)题和理科第(20)题为姊妹题,两道试题

背景都是考查直线与椭圆,但是设计有所区分,文科试题中的椭圆是给定的,在此基础上,再进一步探究直线斜率之间的关系;理科试题则是在文科试题基础上,更进一步,让考生探究此时的四边形 $OAPB$ 能否为平行四边形? 这样的设计针对文、理科考生要求的不同,进行了区分,文科试题难度明显低于理科试题。

2015年数学试卷充分渗透了数学文化,体现了立德树人的要求。试题在应用创新,能力考查方面进行了积极有效的探索,突出对实践能力的考查,对中学数学教学有着较好的引导作用。

参考文献

- [1] 教育部考试中心. 2015年普通高等学校招生全国统一考试大纲[M]. 北京:高等教育出版社,2015.
- [2] 徐利治. 数学方法论选讲[M]. 武汉:华中工学院出版社,1983.
- [3] 杜威,著. 王承绪,译. 民主主义与教育[M]. 北京:人民教育出版社,1990.
- [4] 教育部考试中心. 高考数学测量理论与实践[M]. 北京:高等教育出版社,2006.

Reflect Mathematical Culture and Highlight Practice Ability: An Analysis of College Entrance Examination of Mathematics in 2015

CHEN Xu

Abstract: 2015 mathematics subject in College Entrance Examination encourages innovation while following conventional guidance, and emphasizes “strengthening morality education”. This examination reflects very well the New Curriculum Reform, epochal features of mathematics education, and the culture of mathematics. The College Entrance Examination also examined precious traditional Chinese culture and explored application, creativity, ability aspects of mathematics assessment.

Keywords: College Entrance Examination of Mathematics; Ability Testing